INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
BAHIA
Campus Santo Amaro

Curso de Eletromecânica

Introdução a:

Eletrônica Digital

Prof.: Elvio Prado da Silva

27 de abril de 2012
4ª Edição

Sumário

Apresentação

Sobre o conteúdo deste tutorial:

◊

Esta apostila foi escrita pelo professor Elvio Prado da Silva, *do IFBA (Instituto Federal da Bahia Campus Santo Amaro), utilizando o processador de textos* LaTeX. *Este tutorial deve ser utilizado apenas como guia de consulta, não podendo ser mantido como única fonte de estudos do aluno, uma vez que aqui somente será explorado os conceitos básicos e introdutórios do conteúdo de Eletrônica Digital. Logo, aconselho que o aluno possua em mãos um bom livro texto para melhores detalhes e para exercícios propostos.*

◊

Espero que aproveitem bastante este material!

Bons estudos,...

elvio@ifba.edu.br Elvio - 27 de abril de 2012

"Primeiro eles te ignoram,
depois eles te ridicularizam,
depois eles te combatem,
e por fim você vence."
[*Mahatma Gandhi*]

Capítulo 1

Sistemas Numéricos

Nos capítulos que se seguem, comentaremos uma breve introdução aos Sistemas Numéricos e Lógica Digital. Aconselha-se não utilizar materiais resumo como estes como única fonte de informação e aprendizado.

1.1 Sistema Decimal

O sistema numérico decimal é o mais utilizado e o mais importante, tem 10 números: 0 até 9, e é o sistema que nós utilizamos no dia a dia. A notação é dada conforme a equação 1.1 na base dez:

$$(352)_{10} \tag{1.1}$$

1.2 Sistema Octal

Sistema com 8 números, 0 até 7. Ver Tabela 1.1.

Tabela 1.1: *Tabela do Sistema Octal*

Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Octal	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17	20	21

A equação 1.2 mostra um exemplo de número octal na base 8:

$$(3432)_8 \tag{1.2}$$

1.3 Sistema Binário

É um sistema utilizado em computadores onde se necessita de apenas dois estados, $\boxed{\text{0 ou 1}}$ foi criado para ser manipulado onde se tem a necessidade de se fazer uma combinação de zeros e uns para que se entenda uma informação:

$0 \Rightarrow$ Estado chamado BAIXO
$1 \Rightarrow$ Estado chamado ALTO

Ex.: Interruptores liga/desliga, transistor saturação/corte Ver Tabela 1.2.

Tabela 1.2: *Tabela do Sistema Binário*

Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Binário	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010

1.3.1 Leitura de um número Binário

No sistema decimal faz-se a leitura da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} 594 &= 5 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 4 \\ 594 &= 5 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 \\ & (594)_{10} \Rightarrow \text{base } 10 \end{aligned}$$

Para ler um número binário faz-se o mesmo processo, mas em base 2, conforme equação 1.3:

$$(1010)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = (10)_{10} \tag{1.3}$$

Quanto a classificação dos números binários:

- Os algarismos Binários são chamados de BITS (Binary Digits).
- Os de 4 Bits são chamados de NIBBLE.
- Os de 8 Bits são chamados de BYTE.

Para a contagem em binário pode-se utilizar um hodômetro. Ver Tabela 1.3.

Tabela 1.3: *Hodômetro: Decimal → Binário*

00 → 0000	04 → 0100	08 → 1000	12 → 1100
01 → 0001	05 → 0101	09 → 1001	13 → 1101
02 → 0010	06 → 0110	10 → 1010	14 → 1110
03 → 0011	07 → 0111	11 → 1011	15 → 1111

Tabela 1.4: *Tabela Decimal → Binário de 4 BITS*

Decimal	Binário
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

Pode-se então montar uma tabela, de 4 bits neste caso, que será muito utilizada. Ver Tabela 1.4.

A equação 1.4 mostra como montar a tabela 1.4:

$$2^{\mathrm{n}} = 2^4 = \frac{16}{2} = 8 \qquad\qquad \frac{8}{2} = 4 \rightarrow \frac{4}{2} = 2 \rightarrow \frac{2}{2} = 1 \tag{1.4}$$

Sendo n o número de bits, a equação 1.4 nos mostra que para montar a tabela 1.4, temos em cada coluna:

- 1ª coluna: 8 zeros e depois 8 uns: (00000000 11111111)
- 2ª coluna: 4 zeros e depois 4 uns: (0000 1111 0000 1111)
- 3ª coluna: 2 zeros e depois 2 uns: (00 11 00 11 00 11 00 11)
- 4ª coluna: 1 zero e depois 1 um: (0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1)

1.3.2 Converter Decimal em Binário

Para a conversão de números decimais em binários, procedemos da seguinte forma:

- Dividir o número decimal por dois (2) e conservar o resto da divisão (zero ou 1).
- Dividir o quociente novamente por dois e conservar o resto da divisão.

- Dividir consecutivamente os quocientes até conseguirmos quociente igual a um (1).
- O número binário convertido será a união deste último quociente lido com todos os restos das divisões anteriores.
- A leitura do número binário é dada de traz para frente, sendo o primeiro algarismo o último quociente encontrado.

As tabelas 1.5 e 1.6 mostram com detalhes esta conversão de decimal para binário.

Tabela 1.5: *Conversão de Decimal para Binário:* $(6)_{10} = (110)_2$

6	⌊2	
-6	3	⌊2
0	-2	**1**
⇑	**1**	⇑
	⇑	

110

Tabela 1.6: *Conversão de Decimal para Binário:* $(594)_{10} = (1001010010)_2$

594	⌊2								
-4	297	⌊2							
19	-2	148	⌊2						
-18	09	-14	74	⌊2					
14	-8	008	-6	37	⌊2				
-14	17	-8	14	-2	18	⌊2			
0	-16	**0**	-14	17	-18	9	⌊2		
⇑	**1**	⇑	**0**	-16	**0**	-8	4	⌊2	
	⇑		⇑	**1**	⇑	**1**	-4	2	⌊2
				⇑		⇑	**0**	-2	**1**
							⇑	**0**	⇑
								⇑	

10 0101 0010

1.3.3 Convertendo Binários em Decimais

Para a conversão de um número binário em decimal, basta lembrarmos que os números decimais são formados por potências de dez e procedermos da mesma forma com os binários em potências de dois.

Por exemplo o número decimal 36425 pode ser escrito conforme mostra a equação 1.5:

$$\begin{aligned}(36425)_{10} &= 3 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 \\ (36425)_{10} &= 30000 + 6000 + 400 + 20 + 5 \end{aligned} \tag{1.5}$$

Logo, podemos escrever o número binário da mesma forma, mas na potência de dois, conforme a equação 1.6:

$$\begin{aligned}(1001010010)_2 &= 1 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 \\ (1001010010)_2 &= 512 + 0 + 0 + 64 + 0 + 16 + 0 + 0 + 2 + 0 \\ (1001010010)_2 &= (594)_{10}\end{aligned} \tag{1.6}$$

1.4 Sistema Hexadecimal

Sistema com 10 números e 6 letras: 0 até 9 e A até F, num total de 16 dígitos. Ver tabela 1.7. O sistema hexadecimal é um dos sistemas mais utilizados em computação.

Tabela 1.7: *Tabela do Sistema Hexadecimal*

Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Hexad.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12

A equação 1.7 mostra um exemplo de número hexadecimal na base 16:

$$(3FB4)_{16} \tag{1.7}$$

1.4.1 Converter Hexadecimal em Decimal

Para a conversão de um número hexadecimal em decimal, basta lembrarmos que os números decimais são formados por potências de dez e procedermos da mesma forma com os hexadecimais em potências de dezesseis, conforme já comentado na seção 1.3.3 na página 1.3.3.

Logo, podemos escrever o número hexadecimal da mesma forma, mas na potência de dezesseis, conforme a equação 1.8, substituindo as letras pelos seus respectivos números decimais:

$$
\begin{aligned}
(7DB)_{16} &= 7 \cdot 16^2 + 13 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 \\
(7DB)_{16} &= 7 \cdot 256 + 13 \cdot 16 + 11 \\
(7DB)_{16} &= 1792 + 208 + 11 \\
(7DB)_{16} &= (2011)_{10} \qquad (1.8)
\end{aligned}
$$

1.4.2 Converter Decimal para Hexadecimal

Para converter um número decimal em hexadecimal, procedemos da mesma forma da conversão de decimal para binários (seção 1.3.2 da página 3), mas dividindo por 16 por se tratar da base dezesseis. A tabela 1.8 mostra com detalhes esta conversão.

Tabela 1.8: *Conversão de Decimal para Hexadecimal:* $(2011)_{10} = (7DB)_2$

2011	16	
-16	125	16
41	-112	**7**
-32	**13**	↑
91	↑	**7**
-80	**D**	
11		
↑		
B		
	7DB	

"Meu Deus me ordenou que eu fizesse perguntas difíceis aos meus pares. Mesmo que queira me matar por isso, vou continuar fazendo perguntas difíceis." [*Socrates*]

Capítulo 2

Funções Lógicas e Portas Lógicas

As funções lógicas são:

E / AND	OU / OR	NÃO / NOT
NÃO E / NAND	NÃO OU / NOR	-
-	OU-Exclusivo	-

Analisando sempre em dois estágios, $\boxed{0 \text{ ou } 1}$ temos que:

- 0 $\Rightarrow$ significa ausência de tensão, aparelho desligado, chave aberta.
- 1 $\Rightarrow$ significa presença de tensão, aparelho ligado, chave fechada.

2.1 Função Lógica E ou AND:

Analisando o circuito da figura 2.1:

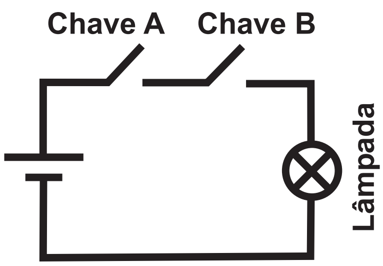


Figura 2.1: *Circuito* E

Logo, teremos as seguintes situações:

- 0 $\rightarrow$ Chave aberta
- 1 $\rightarrow$ Chave fechada
- 0 $\rightarrow$ Lâmpada apagada
- 1 $\rightarrow$ Lâmpada acesa

O funcionamento do circuito pode ser resumido em uma tabela, chamada Tabela Verdade, com as seguintes características:

- A, B $\rightarrow$ Situações possíveis
- S $\rightarrow$ Resultados

A tabela verdade da Função Lógica E é a Tabela 2.1.

Tabela 2.1: *Tabela Verdade da Função Lógica* E

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Então por essa tabela podemos montar a Função Lógica 2.1 que a representa:

$$\mathsf{S} = \mathsf{A} \cdot \mathsf{B} \tag{2.1}$$

Onde lê-se: A e B.

Logo, temos um Circuito Lógico (Porta Lógica) na figura 2.2:

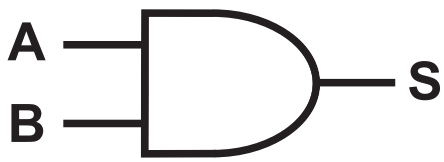


Figura 2.2: *Porta Lógica* E

2.2 Função Lógica OU ou OR:

Analisando o circuito da figura 2.3, temos:

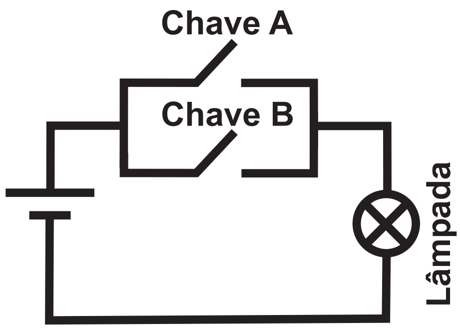


Figura 2.3: *Circuito* OU

- 0 → Chave aberta
- 1 → Chave fechada
- 0 → Lâmpada apagada
- 1 → Lâmpada acesa

O funcionamento do circuito pode ser resumido em uma tabela, chamada Tabela Verdade, com as seguintes características:

- A, B → Situações possíveis
- S → Resultados

A tabela verdade da Função Lógica OU é a Tabela 2.2. Então por essa tabela podemos

Tabela 2.2: *Tabela Verdade da Função Lógica* OU

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

montar a Função Lógica 2.2 que a representa:

$$S = A + B \tag{2.2}$$

Que se lê: A ou B.
E também temos um Circuito Lógico (Porta Lógica) na figura 2.4:

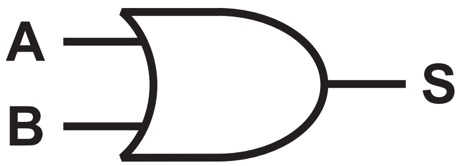


Figura 2.4: *Porta Lógica* OU

2.3 Função Lógica OU-Exclusivo:

O funcionamento da Porta Lógica OU-Exclusivo é semelhante à Porta Lógica OU, com a condição de que Exclusivamente ou A ou B devem estar fechados (valor 1), não permitindo a situação em que A e B estão fechados.

A Tabela Verdade está exemplificada na Tabela 2.3 a seguir, compare-a com a Tabela 2.2 (Tabela OU da página 9). Então por essa tabela podemos montar a Função

Tabela 2.3: *Tabela Verdade da Função Lógica* OU-Exclusivo

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Lógica 2.3 que a representa:

$$S = A \oplus B \tag{2.3}$$

Que se lê: A exclusivo B.

E também temos um Circuito Lógico (Porta Lógica) na figura 2.5:

2.4 Função Lógica NÃO ou NOT ou Inversora:

Analisando o circuito da figura 2.6, temos:

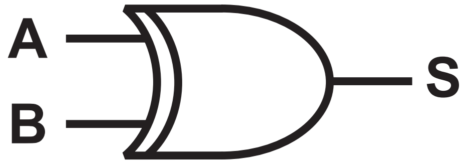


Figura 2.5: *Porta Lógica* OU-Exclusivo

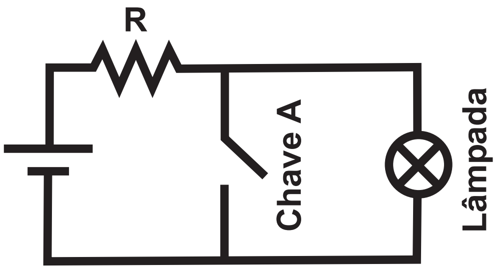


Figura 2.6: *Circuito* NÃO

A Tabela Verdade possui as seguintes características:

- A, $\bar{A}$ $\rightarrow$ Situações possíveis
- $S = \bar{A}$

A tabela verdade da Função Lógica NÃO é a Tabela 2.4.

Tabela 2.4: *Tabela Verdade da Função Lógica* NÃO

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Logo, temos a Função Lógica 2.4:

$$S = \bar{A} \tag{2.4}$$

Que se lê: A barra, ou A barrado.

E também temos um Circuito Lógico (Porta Lógica) na figura 2.7:

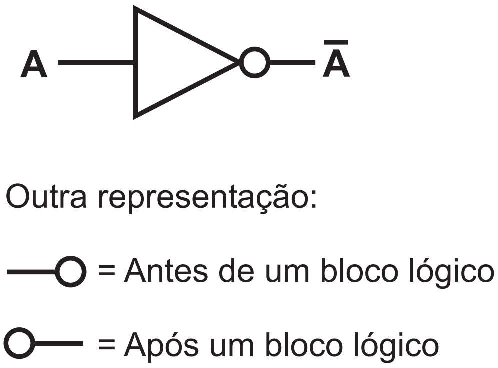


Figura 2.7: *Porta Lógica* NÃO

2.5 Função Lógica NÃO E ou NAND:

O funcionamento da Porta Lógica NÃO E é semelhante à Porta Lógica E, só que invertida.

A Tabela Verdade está exemplificada na Tabela 2.5 a seguir, compare-a com a Tabela 2.1 (Tabela E da página 8).

Tabela 2.5: *Tabela Verdade da Função Lógica* NÃO E

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Então por essa tabela podemos montar a Função Lógica 2.5 que a representa:

$$S = \overline{A \cdot B} \tag{2.5}$$

E também temos um Circuito Lógico (Porta Lógica) na figura 2.8:

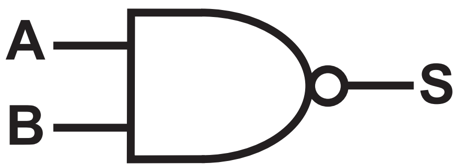


Figura 2.8: *Porta Lógica* NÃO E

2.6 Função Lógica NÃO OU ou NOR:

O funcionamento da Porta Lógica NÃO OU é semelhante à Porta Lógica OU, só que invertida.

A Tabela Verdade está exemplificada na Tabela 2.6 a seguir, compare-a com a Tabela 2.2 (Tabela OU da página 9).

Tabela 2.6: *Tabela Verdade da Função Lógica* NÃO OU

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Então por essa tabela podemos montar a Função Lógica 2.6 que a represente:

$$S = \overline{(A + B)} \tag{2.6}$$

E também temos um Circuito Lógico (Porta Lógica) na figura 2.9:

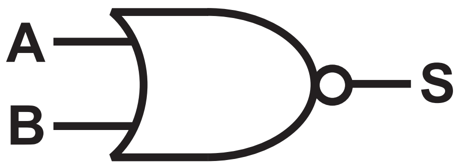


Figura 2.9: *Porta Lógica* NÃO OU

2.7 Equivalência entre Blocos Lógicos

Os blocos lógicos podem ser montados de forma que possam realizar as mesmas tarefas, ou seja, ter as saídas funcionando de maneira igual a uma outra já conhecida.

Ex.: Porta NÃO OU a partir de portas E e Inversoras como mostra a figura 2.10:

A equação 2.7 nos mostra a situação da figura 2.10

$$\bar{A} \cdot \bar{B} \Leftrightarrow \overline{(A + B)} \tag{2.7}$$

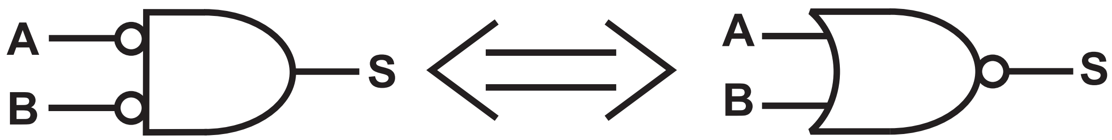


Figura 2.10: *Porta Lógica* NÃO OU *Equivalente*

Tabela 2.7: *Tabela Verdade da Função Lógica* NÃO OU *Equivalente*

A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\overline{(A+B)}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0

Aqui na Tabela 2.8 mostraremos alguns Blocos Lógicos e seus Equivalêntes que podem ser montados facilmente com a combinação de outros blocos:

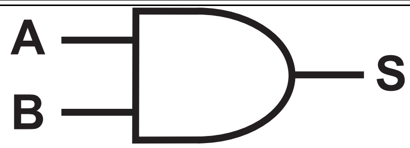
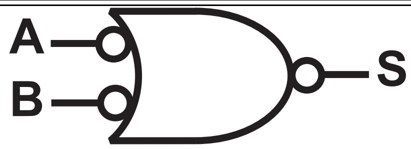
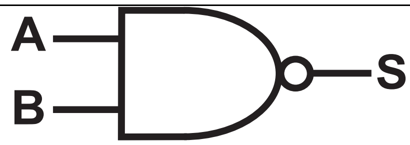
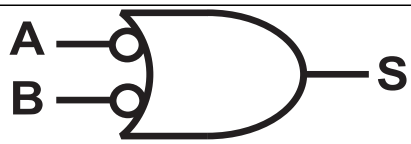
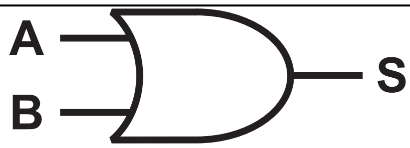
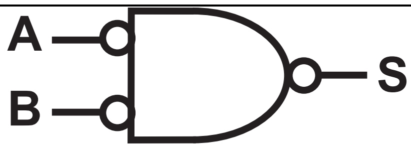
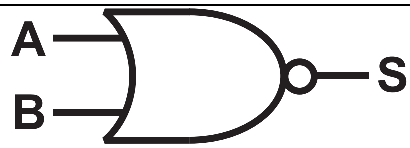
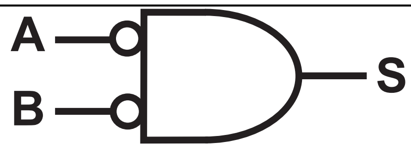
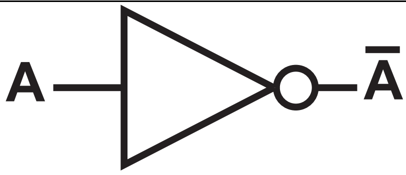
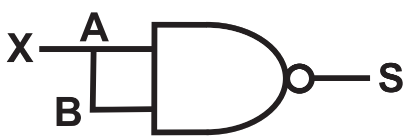
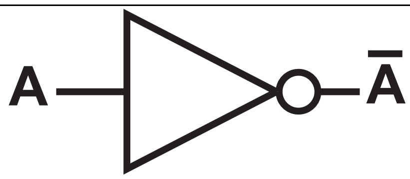
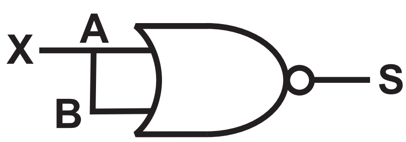
2.8 Realização de Circuitos Lógicos

Processo que permite a realização de um circuito lógico a partir das condições estabelecidas. Faremos interligações entre expressões lógicas, circuito e tabela verdade.

2.8.1 Expressões Booleanas Geradas por Circuitos Lógicos:

Analisando cada bloco em separado tem-se o resultado da figura 2.11:

Tabela 2.8: *Blocos Lógicos e seus respectivos Blocos Equivalentes*

Porta Lógica	Bloco Lógico	Bloco Equivalente
E		
NÃO E		
OU		
NÃO OU		
NÃO		
NÃO		

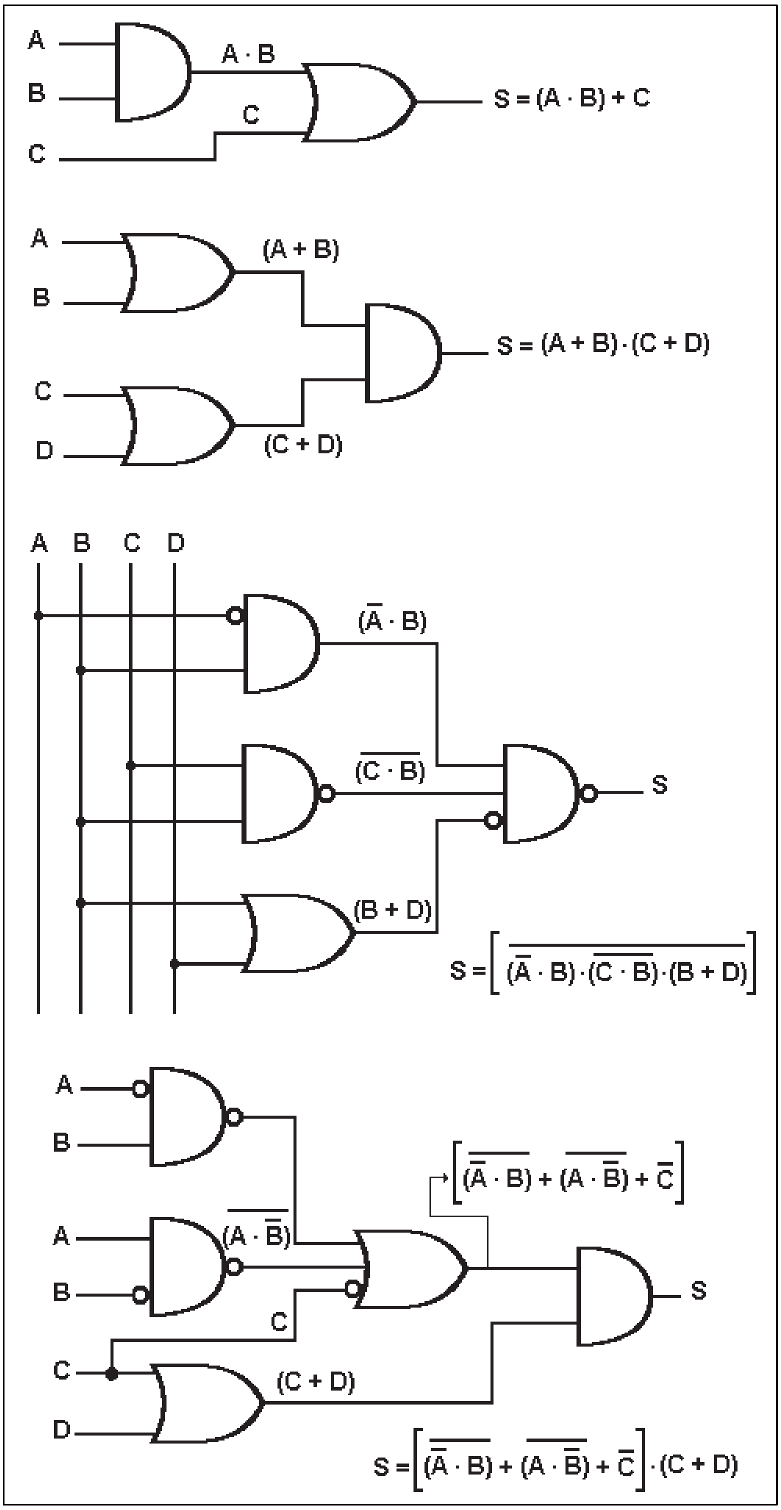


Figura 2.11: *Obtenção de Equações Booleanas*

2.8.2 Circuitos Lógicos Obtidos a partir de Expressões Booleanas:

Analisando cada bloco em separado tem-se o resultado da figura 2.12:

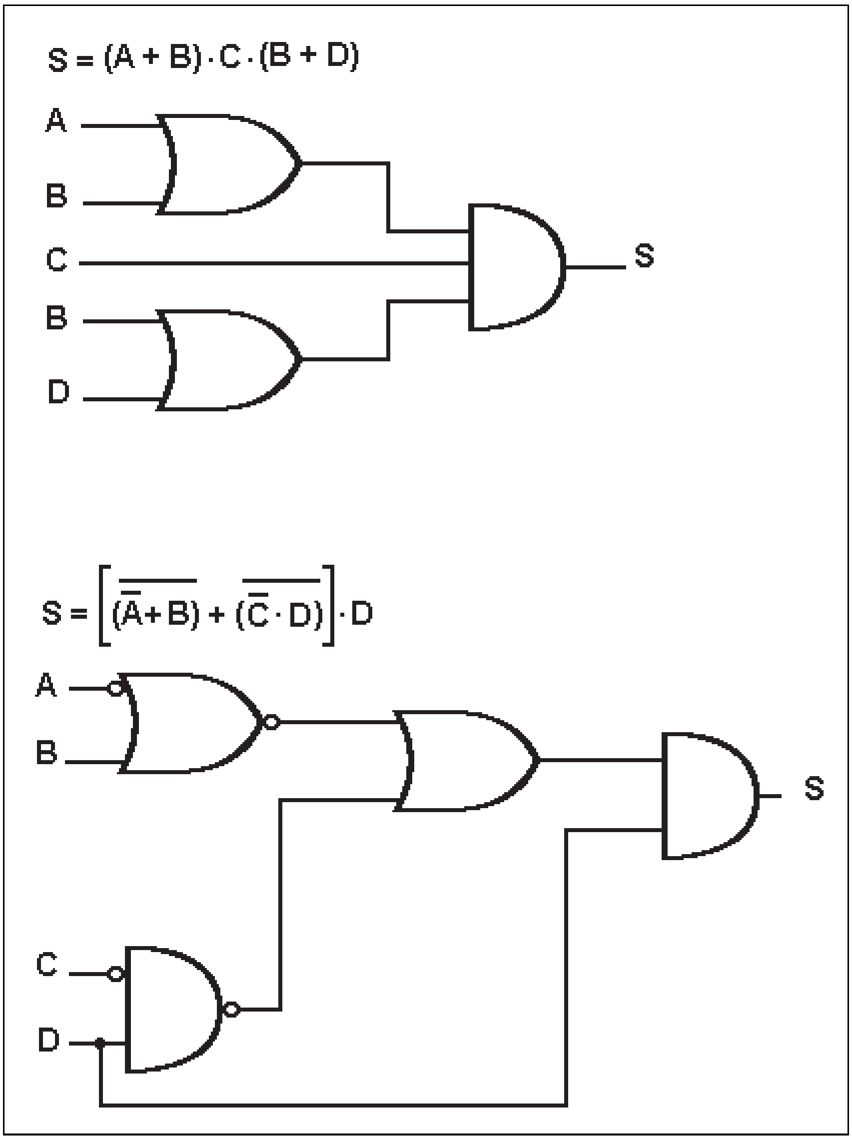


Figura 2.12: *Obtenção de Circuitos Lógicos*

2.8.3 Tabela Verdade Obtida a partir de uma Expressão Booleana:

A seguir temos uma equação e sua referida Tabela Verdade representada pela tabela 2.9 da página 18:

$$S = \bar{A} + B + A \cdot B \cdot \bar{C} \tag{2.8}$$

Tabela 2.9: *Tabela Verdade obtida pela Função Lógica da equação 2.8*

A	B	C	1º Membro $\bar{A}$	2º Membro B	Auxiliar $\bar{C}$	3º Membro $A \cdot B \cdot \bar{C}$	Resultado Final
0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1

2.8.4 Expressão e Tabela Verdade Obtidas a Partir de um Circuito:

A seguir temos um Circuito Lógico na figura 2.13 e sua referida Tabela Verdade representada pela tabela 2.10 da página 19:

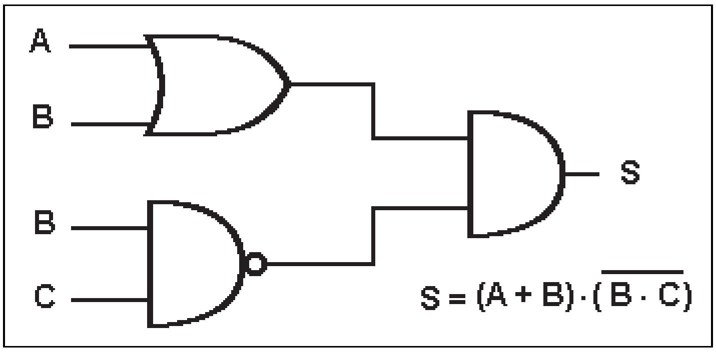


Figura 2.13: *Obtenção de Equações Booleanas*

Tabela 2.10: *Tabela Verdade obtidas a partir do Circuito da figura 2.13*

A	B	C	1° Membro $A + B$	Auxiliar $B \cdot C$	3° Membro $\overline{(B \cdot C)}$	Resultado Final
0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	0

2.8.5 Expressão Lógica a partir da Tabela Verdade:

Analisa-se onde a saída $S = 1$ e monta-se a Função Lógica adequada. Analisemos a Tabela Verdade 2.11

Tabela 2.11: *Tabela Verdade de onde se obterá a Expressão Lógica da equação 2.9*

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	$(1)_a$
1	0	0	0
1	0	1	$(1)_b$
1	1	0	$(1)_c$
1	1	1	$(1)_d$

Para se ter 1 na saída S , monta-se a Função Lógica mostrada na equação 2.9:

$$S = \underbrace{\overline{A} \cdot B \cdot C}_{a} + \underbrace{A \cdot \overline{B} \cdot C}_{b} + \underbrace{A \cdot B \cdot \overline{C}}_{c} + \underbrace{A \cdot B \cdot C}_{d} \tag{2.9}$$

2.8.6 Procedimento para a construção de um Circuito Lógico:

1. Analisar o problema;
2. Estabelecer convenções;
3. Montar a Tabela Verdade;
4. Montar o Circuito Lógico;

Exemplo:

Observe o cruzamento entre a Rua A, preferencial e a Rua B, Secundária e os semáforos 1, 2, 3 e 4 mostrados na figura 2.14:

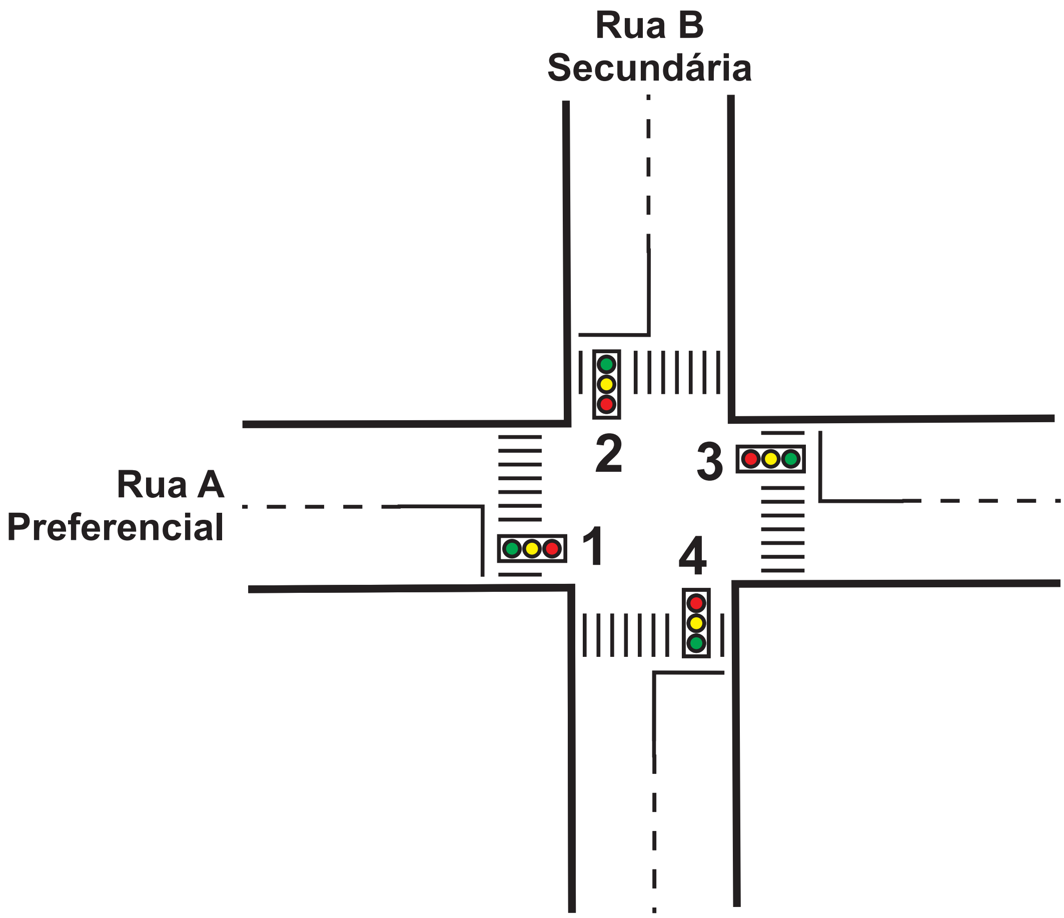


Figura 2.14: *Cruzamento entre a* Rua A *e a* Rua B

O desenho da figura 2.14 representa o cruzamento das Ruas A e B. Neste cruzamento queremos instalar um sistema automático para os Semáforos, com as seguintes características:

- Quando houver carros transitando somente na Rua B, o Semáforo 2 deverá permanecer Verde para que os carros possam trafegar livremente;
- Quando houver carros transitando somente na Rua A, o Semáforo 1 deverá permanecer Verde pelo mesmo motivo;
- Quando houver carros transitando nas Ruas A e B, devemos abrir o semáforo para a Rua A pois é preferencial;

Resposta:
Estabelecendo convenções:

a) Existência de carros na Rua A $\Rightarrow$ A = 1;
b) Não existência de carros na Rua A $\Rightarrow$ A = 0;
c) Existência de carros na Rua B $\Rightarrow$ B = 1;
d) Não existência de carros na Rua B $\Rightarrow$ B = 0;
e) Verde do Semáforo 1 aceso $\Rightarrow$ Vrd1 = 1;
f) Verde do Semáforo 2 aceso $\Rightarrow$ Vrd2 = 1;

g) Quando Vrd1 = 1:
- Vermelho do Semáforo 1 apagado $\Rightarrow$ Vrm1 = 0;
- Vermelho do Semáforo 2 aceso $\Rightarrow$ Vrm2 = 1;
- Verde do Semáforo 2 apagado $\Rightarrow$ Vrd2 = 0;

h) Quando Vrd2 = 1:
- Vermelho do Semáforo 2 apagado $\Rightarrow$ Vrm2 = 0;
- Vermelho do Semáforo 1 aceso $\Rightarrow$ Vrm1 = 1;
- Verde do Semáforo 1 apagado $\Rightarrow$ Vrd1 = 0;

Montando a Tabela Verdade 2.12:

Tabela 2.12: *Tabela Verdade do Cruzamento entre as* Ruas A e B

Entrada		Saída			
A	B	Vrd1	Vrm1	Vrd2	Vrm2
0	0	$X_{=0}$	$X_{=(1)}$	$X_{=(1)}$	$X_{=0}$
0	1	0	(1)	(1)	0
1	0	(1)	0	0	(1)
1	1	(1)	0	0	(1)

X = Condição irrelevante "Don't Care"(Pode ser 0 ou 1), adotando a situação em que: Vrd1 = 0, Vrm1 = 1, Vrd2 = 1, Vrm2 = 0.

Analisando onde temos (1) na saída, montamos as equações a seguir:

$$\left.\begin{array}{l} \mathsf{Vrd1} = \mathsf{A}\cdot\overline{\mathsf{B}} + \mathsf{A}\cdot\mathsf{B} \\ \mathsf{Vrm1} = \overline{\mathsf{A}}\cdot\mathsf{B} + \overline{\mathsf{A}}\cdot\overline{\mathsf{B}} \\ \mathsf{Vrd2} = \overline{\mathsf{A}}\cdot\overline{\mathsf{B}} + \overline{\mathsf{A}}\cdot\mathsf{B} \\ \mathsf{Vrm2} = \mathsf{A}\cdot\overline{\mathsf{B}} + \mathsf{A}\cdot\mathsf{B} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \mathsf{Vrd1} = \mathsf{Vrm2} = \mathsf{A}\cdot\overline{\mathsf{B}} + \mathsf{A}\cdot\mathsf{B} \\ \mathsf{Vrd2} = \mathsf{Vrm1} = \overline{\mathsf{A}}\cdot\mathsf{B} + \overline{\mathsf{A}}\cdot\overline{\mathsf{B}} \end{array} \tag{2.10}$$

Analisando as equações 2.10 podemos montar o Circuito Lógico 2.15:

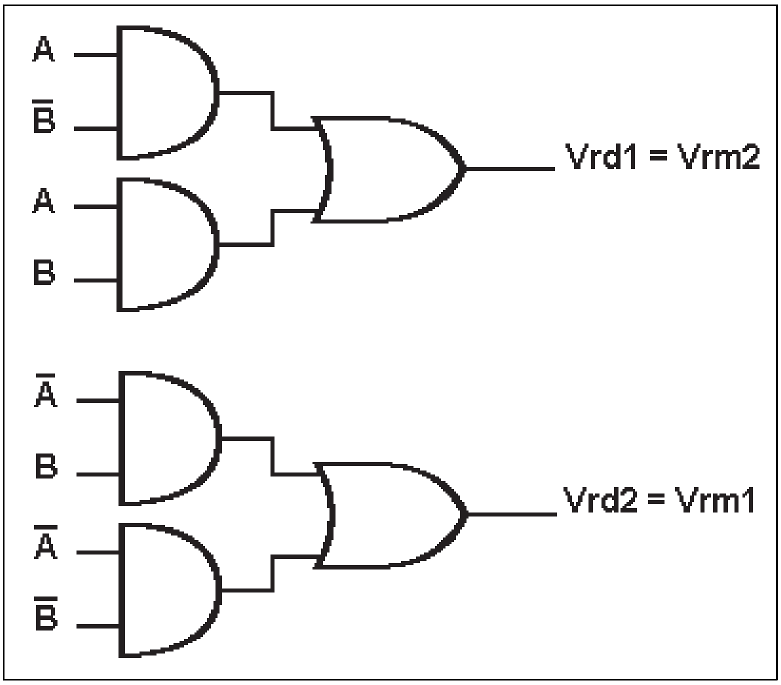


Figura 2.15: *Circuito dos Semáforos da* Rua A *a* Rua B

"A educação moderna conduz
apenas à argumentação,
não à sabedoria total.
Qual é a utilidade de obter educação
que não pode levá-lo à imortalidade?"
[*Sathya Sai Baba*]

Capítulo 3

Álgebra de Boole

Desenvolvida por George Boole, é também conhecida por Álgebra Lógica, constitui importante ferramenta matemática para projetos de Circuitos Lógicos.

3.1 Postulados

3.1.1 Postulado da Complementação

- se $\mathsf{A} = 0 \rightarrow \overline{\mathsf{A}} = 1$
- se $\mathsf{A} = 1 \rightarrow \overline{\mathsf{A}} = 0$

Identidade Associativa:

- $\mathrm{I} = \overline{\overline{\mathsf{A}}} = \mathsf{A}$

3.1.2 Postulado da Adição (Semelhante a porta OU)

- $0 + 0 = 0$
- $0 + 1 = 1$
- $1 + 0 = 1$
- $1 + 1 = 1$

Identidades Associativas:

- $\mathsf{A} + 0 = \mathsf{A}$
- $\mathsf{A} + 1 = 1$
- $\mathsf{A} + \mathsf{A} = \mathsf{A}$
- $\mathsf{A} + \overline{\mathsf{A}} = 1$

3.1.3 Postulado da Multiplicação (Semelhante a porta E)

- $0 \cdot 0 = 0$
- $0 \cdot 1 = 0$
- $1 \cdot 0 = 0$
- $1 \cdot 1 = 1$

Identidades Associativas:

- $\mathsf{A} \cdot 0 = 0$
- $\mathsf{A} \cdot 1 = \mathsf{A}$
- $\mathsf{A} \cdot \mathsf{A} = \mathsf{A}$
- $\mathsf{A} \cdot \overline{\mathsf{A}} = 0$

3.2 Propriedades

3.2.1 Comutativa

Na Adição:

- $A + B = B + A$

Na Multiplicação:

- $A \cdot B = B \cdot A$

3.2.2 Associativa

Na Adição:

- $A + (B + C) = (A + B) + C$

Na Multiplicação:

- $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$

3.2.3 Distributiva

- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

3.3 Teoremas

3.3.1 Teoremas de Morgan:

- $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$
- $\overline{(A \cdot B)} = \overline{A} + \overline{B}$

Identidades Auxiliares:

1. $A + A \cdot B = A \quad \Rightarrow \quad A \cdot (1 + B) = A$
2. $A + \overline{A} \cdot B = A + B$
3. $(A + B) \cdot (A + C) = A + B \cdot C$
4. $A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + \overline{A} \cdot C$

3.3.2 Exemplo 1 - Provas:

Provar que $\rightarrow$ $\overline{\overline{A}} = A$:

se $A = 0 \rightarrow \overline{A} = 1$ | se $A = 1 \rightarrow \overline{A} = 0$

se $\overline{A} = 1 \rightarrow \overline{\overline{A}} = 0$ | se $\overline{A} = 0 \rightarrow \overline{\overline{A}} = 1$

Provar que $\rightarrow$ $\mathsf{A} + 0 = \mathsf{A}$:

se $\mathsf{A} = 0 \rightarrow 0 + 0 = 0$ se $\mathsf{A} = 1 \rightarrow 1 + 0 = 1$

Provar que $\rightarrow$ $\mathsf{A} + \mathsf{A} \cdot \mathsf{B} = \mathsf{A}$:

$$\mathsf{A} \cdot \underbrace{(1 + \mathsf{B})}_{1} = \mathsf{A} \quad \Rightarrow \quad \mathsf{A} \cdot 1 = \mathsf{A} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathsf{A} = \mathsf{A}}$$

Provar que $\rightarrow$ $(\mathsf{A} + \mathsf{B}) \cdot (\mathsf{A} + \mathsf{C}) = \mathsf{A} + \mathsf{B} \cdot \mathsf{C}$:

$$\mathsf{A} \cdot \mathsf{A} + \mathsf{A} \cdot \mathsf{C} + \mathsf{A} \cdot \mathsf{B} + \mathsf{B} \cdot \mathsf{C} = \mathsf{A} + \mathsf{B} \cdot \mathsf{C} \quad \Rightarrow \quad \mathsf{A} + \mathsf{A} \cdot \mathsf{C} + \mathsf{A} \cdot \mathsf{B} + \mathsf{B} \cdot \mathsf{C} = \mathsf{A} + \mathsf{B} \cdot \mathsf{C}$$

$$\mathsf{A} \cdot \underbrace{(1 + \mathsf{C} + \mathsf{B})}_{1} + \mathsf{B} \cdot \mathsf{C} = \mathsf{A} + \mathsf{B} \cdot \mathsf{C} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathsf{A} + \mathsf{B} \cdot \mathsf{C} = \mathsf{A} + \mathsf{B} \cdot \mathsf{C}}$$

3.3.3 Exemplo 2 - Simplificações:

Simplificação de Funções Lógicas:

Simplificar: $\rightarrow$ $\mathsf{X} = \mathsf{A} \cdot \mathsf{B} \cdot \mathsf{C} + \mathsf{A} \cdot \overline{\mathsf{B}} \cdot \mathsf{C} + \mathsf{A} \cdot \mathsf{B} \cdot \overline{\mathsf{C}}$

$$\mathsf{X} = \mathsf{A} \cdot \mathsf{C} \cdot \underbrace{\left(\mathsf{B} + \overline{\mathsf{B}}\right)}_{1} + \mathsf{A} \cdot \mathsf{B} \cdot \overline{\mathsf{C}} \quad \Rightarrow \quad \mathsf{X} = \mathsf{A} \cdot \mathsf{C} + \mathsf{A} \cdot \mathsf{B} \cdot \overline{\mathsf{C}}$$

$$\mathsf{X} = \mathsf{A} \cdot \left(\mathsf{C} + \mathsf{B} \cdot \overline{\mathsf{C}}\right) \quad \Rightarrow \quad \mathsf{X} = \mathsf{A} \cdot (\mathsf{C} + \mathsf{B})$$

$$\boxed{\mathsf{X} = \mathsf{A} \cdot \mathsf{C} + \mathsf{A} \cdot \mathsf{B}}$$

Simplificar: $\rightarrow$ $\mathsf{X} = \overline{(\mathsf{A} + \mathsf{B} + \mathsf{C}) \cdot \overline{\left(\mathsf{A} + \overline{\mathsf{B}} + \mathsf{C}\right)}}$

$$\mathsf{X} = \overline{(\mathsf{A} + \mathsf{B} + \mathsf{C}) \cdot \left(\overline{\mathsf{A}} \cdot \overline{\overline{\mathsf{B}}} \cdot \overline{\mathsf{C}}\right)} \quad \Rightarrow \quad \mathsf{X} = \overline{(\mathsf{A} + \mathsf{B} + \mathsf{C}) \cdot \left(\overline{\mathsf{A}} \cdot \mathsf{B} \cdot \overline{\mathsf{C}}\right)}$$

$$\mathsf{X} = \overline{\left(\underbrace{(\mathsf{A} \cdot \overline{\mathsf{A}})}_{0} \cdot \mathsf{B} \cdot \overline{\mathsf{C}}\right) + \left(\overline{\mathsf{A}} \cdot \underbrace{(\mathsf{B} \cdot \mathsf{B})}_{\mathsf{B}} \cdot \overline{\mathsf{C}}\right) + \left(\overline{\mathsf{A}} \cdot \mathsf{B} \cdot \underbrace{(\mathsf{C} \cdot \overline{\mathsf{C}})}_{0}\right)}$$

$$\mathsf{X} = \overline{\overline{\mathsf{A}} \cdot \mathsf{B} \cdot \overline{\mathsf{C}}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathsf{X} = \mathsf{A} + \overline{\mathsf{B}} + \mathsf{C}}$$

Simplificar: $\rightarrow \quad \mathsf{S} = \overline{\mathsf{A}} \cdot \overline{\mathsf{B}} \cdot \overline{\mathsf{C}} + \overline{\mathsf{A}} \cdot \mathsf{B} \cdot \overline{\mathsf{C}} + \mathsf{A} \cdot \overline{\mathsf{B}} \cdot \mathsf{C}$

$$\mathsf{S} = \overline{\mathsf{A}} \cdot \overline{\mathsf{C}} \cdot \underbrace{(\overline{\mathsf{B}} + \mathsf{B})}_{1} + \mathsf{A} \cdot \overline{\mathsf{B}} \cdot \mathsf{C} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathsf{S} = \overline{\mathsf{A}} \cdot \overline{\mathsf{C}} + \mathsf{A} \cdot \overline{\mathsf{B}} \cdot \mathsf{C}}$$

Simplificar: $\rightarrow \quad \mathsf{S} = \mathsf{A} \cdot \mathsf{B} \cdot \mathsf{C} + \mathsf{A} \cdot \overline{\mathsf{C}} + \mathsf{A} \cdot \overline{\mathsf{B}}$

$$\mathsf{S} = \mathsf{A} \cdot \left(\mathsf{B} \cdot \mathsf{C} + \overline{\mathsf{C}} + \overline{\mathsf{B}}\right) \quad \Rightarrow \quad \mathsf{S} = \mathsf{A} \cdot \left(\mathsf{B} \cdot \mathsf{C} + \left(\overline{\mathsf{C}} + \overline{\mathsf{B}}\right)\right)$$

$$\mathsf{S} = \mathsf{A} \cdot \left(\mathsf{B} \cdot \mathsf{C} + \overline{\overline{(\overline{\mathsf{C}} + \overline{\mathsf{B}})}}\right) \quad \Rightarrow \quad \mathsf{S} = \mathsf{A} \cdot \left(\mathsf{B} \cdot \mathsf{C} + \left(\overline{\mathsf{C} \cdot \mathsf{B}}\right)\right)$$

fazendo $\quad \mathsf{B} \cdot \mathsf{C} = \mathsf{x}$

$$\mathsf{S} = \mathsf{A} \cdot \underbrace{(\mathsf{x} + \overline{\mathsf{x}})}_{1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathsf{S} = \mathsf{A}}$$

"Tenha fé nas pequenas coisas,
pois é nelas que a sua força reside."
[Madre Tereza de Calcutá]

Capítulo 4

Simplificação de Funções Lógicas com Mapas de Karnaugh

Para simplificar as funções lógicas pelo Mapa de Karnaugh, precisa-se definir os tipos de processos:

4.1 Formas Padrão das Funções Lógicas

4.1.1 Soma de Produtos:

Exemplo: $\boxed{S = \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C}$

A soma de produtos é a soma de termos em que cada termo é o produto das variáveis lógicas individuais.

Soma padrão de Produtos:

Exemplo: $\boxed{S = A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C}$

Na soma padrão de produtos, as variáveis aparecem (complementadas ou não) em cada um dos termos do produto.

Cada um dos termos é definido como MINTERMO.

4.1.2 Produto de Somas:

Exemplo: $\boxed{S = (\overline{A} + B) \cdot (\overline{A} + \overline{C} + D) \cdot (B + C)}$

O produto de somas é o produto de termos em que cada termo é a soma das variáveis lógicas individuais.

Produto padrão de Somas:

Exemplo: $\boxed{S = (A + B + C) \cdot \left(A + B + \overline{C}\right) \cdot \left(A + \overline{B} + C\right) \cdot \left(A + \overline{B} + \overline{C}\right) \cdot \left(\overline{A} + B + C\right)}$

No produto padrão de somas, as variáveis aparecem (complementadas ou não) em cada um dos termos do produto.

Cada um dos termos é definido como MAXTERMO.

4.2 Numeração dos Mintermos e Maxtermos

4.2.1 Mintermos (m)

Define-se por Mintermo:

$\boxed{A \rightarrow 1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{A} \rightarrow 0}$

Exemplo:

$$A \cdot B \cdot \overline{C} = 110 = (6)_{10} \Rightarrow m_6$$

$$\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} = 011 = (3)_{10} \Rightarrow m_3$$

$$\overline{C} \cdot B \cdot A = 011 = (3)_{10} \Rightarrow m_3$$

Pode acontecer que várias ordenações produzam mesma numeração, como mostra o exemplo ao lado.

$$S = \underbrace{\underbrace{\overline{A} \cdot B \cdot C}_{011}}_{3} + \underbrace{\underbrace{A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}}_{100}}_{4} + \underbrace{\underbrace{A \cdot \overline{B} \cdot C}_{101}}_{5} + \underbrace{\underbrace{A \cdot B \cdot \overline{C}}_{110}}_{6}$$

$f(A, B, C) = m_3 + m_4 + m_5 + m_6$
$f(A, B, C) = \sum m(3, 4, 5, 6)$

4.2.2 Maxtermos (M)

Define-se por Maxtermo:

$$\boxed{A \rightarrow 0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{A} \rightarrow 1}$$

Exemplo:

$$\overline{A} + B + C = 100 = (4)_{10} \Rightarrow M_4$$

$$F(A, B, C) = \underbrace{(A + B + C)}_{\underbrace{000}_{0}} \cdot \underbrace{\left(A + B + \overline{C}\right)}_{\underbrace{001}_{1}} \cdot \underbrace{\left(A + \overline{B} + C\right)}_{\underbrace{010}_{2}}$$

$F(A, B, C) = M_0 \cdot M_1 \cdot M_2$
$F(A, B, C) = \pi M(0, 1, 2)$

4.3 Mapas de Karnaugh

É um dispositivo extremamente útil na simplificação e minimização das funções algébricas booleanas com a qual chega-se mais facilmente à expressão mínima.

4.3.1 Diagrama para 2 Variáveis

O diagrama para 2 variáveis está na tabela 4.1:

Linha nº	A	B	f(A,B)
0	0	0	...
1	0	1	...
2	1	0	...
3	1	1	...

Tabela 4.1: *Diagrama para 2 variáveis*

Os mapas de Karnaugh para 2 variáveis estão na figura 4.1:

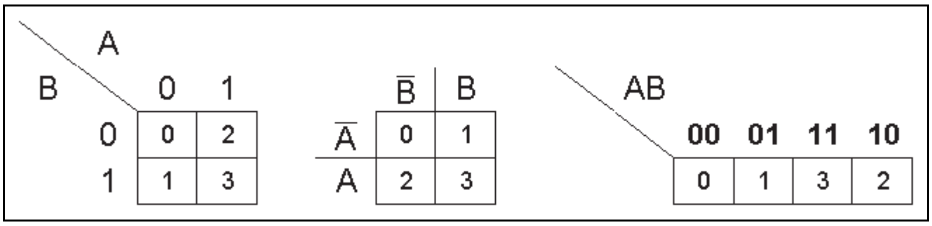


Figura 4.1: *Mapa para 2 Variáveis*

4.3.2 Diagrama para 3 Variáveis

O diagrama para 3 variáveis está na tabela 4.2:

Linha nº	A	B	C
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

Tabela 4.2: *Diagrama para 3 variáveis*

Os mapas de Karnaugh para 3 variáveis estão na figura 4.2:

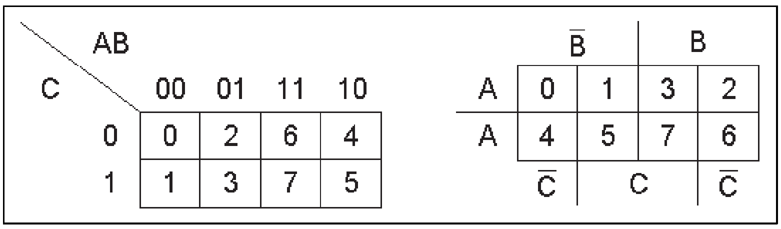


Figura 4.2: *Mapa para 3 Variáveis*

4.3.3 Diagrama para 4 Variáveis

O diagrama para 4 variáveis está na tabela 4.3:

Linha nº	A	B	C	D
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

Tabela 4.3: *Diagrama para 4 variáveis*

Os mapas de Karnaugh para 4 variáveis estão na figura 4.3:

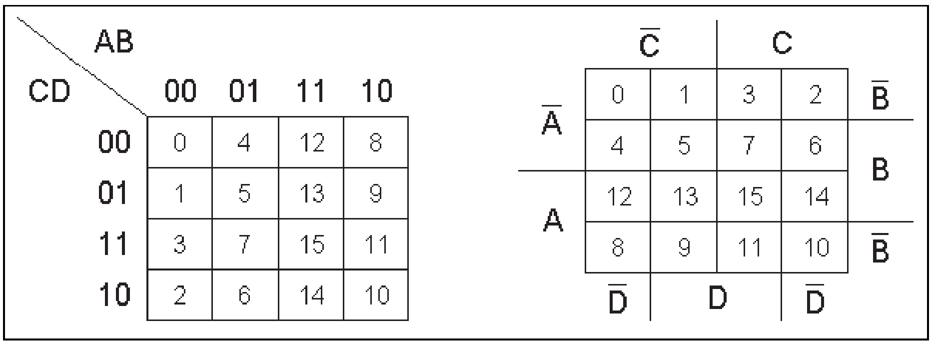


Figura 4.3: *Mapa para 4 Variáveis*

4.3.4 Mapa para 5 Variáveis

Os mapas de Karnaugh para 5 variáveis estão na figura 4.4, mas estão aqui somente a título de enriquecimento e curiosidade, pois não serão detalhados neste material:

$\overline{A}$:

DE \ BC	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

A:

DE \ BC	00	01	11	10
00	16	20	28	24
01	17	21	29	25
11	19	23	31	27
10	18	22	30	26

Figura 4.4: *Mapa para 5 Variáveis*

4.4 Exemplo de Mapas de Karnaugh

Obs.: Quadrículos adjacentes horizontalmente e verticalmente (não diagonalmente) correspondem a Mintermos e Maxtermos que diferem em apenas uma variável (complementada e não complementada).

Exemplo:(ver mapa exemplo na figura 4.5) [1]

$m_8 = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} \Rightarrow (8)_{10} = (1000)_2$ $\qquad$ $m_{12} = A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} \Rightarrow (12)_{10} = (1100)_2$

$$m_8 + m_{12} = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}$$
$$m_8 + m_{12} = A \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} \cdot \underbrace{(\overline{B} + B)}_{1}$$
$$m_8 + m_{12} = A \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}$$

[1] A partir de agora trataremos em sua maioria de Mintermos $\boxed{A \rightarrow 1}$, mas todos os casos valem também para Maxtermos $\boxed{A \rightarrow 0}$.

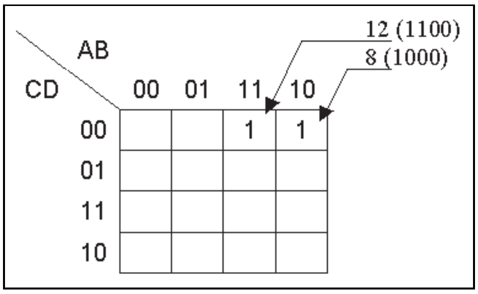


Figura 4.5: *Mapa Exemplo*

4.5 Princípios de Mapas de Karnaugh

4.5.1 Princípio Geral

Qualquer par de Mintermos[2] adjacentes pode ser combinado em um único termos que inclui uma variável a menos que as incluídas pelo Mintermo.

4.5.2 Adjacências Lógicas

Mintermos geometricamente adjacentes no mapa de Karnaugh, são também logicamente adjacentes (diferem apenas 1 variável [3]), ver exemplos na figura 4.6:

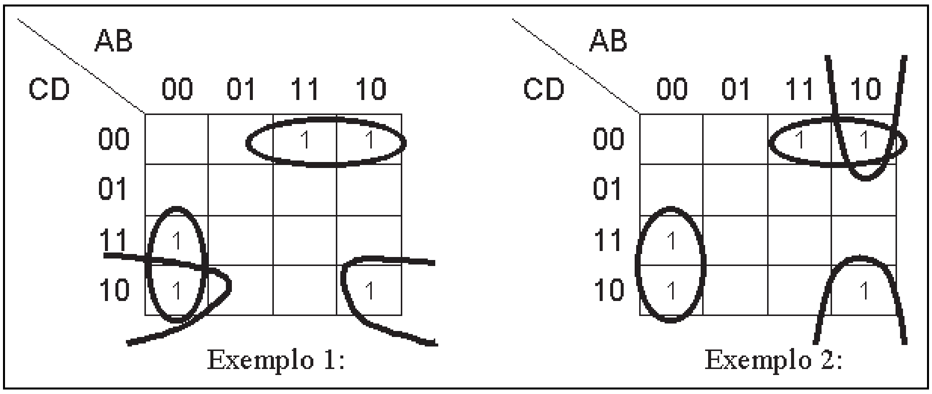


Figura 4.6: *Exemplos de Adjacência Lógica*

Todas as adjacências podem ser visualizadas se imaginarmos o mapa enrolado sobre um toróide.

[2]Enfatizando novamente: A partir de agora trataremos em sua maioria de Mintermos $\boxed{\mathsf{A} \rightarrow 1}$, mas todos os casos valem também para Maxtermos $\boxed{\mathsf{A} \rightarrow 0}$.

[3]As variáveis são: A, B, C, D, ...

4.5.3 Agrupamentos maiores em um mapa de Karnaugh (Simplificações)

Ver tabela 4.4 de simplificações e eliminação: de variáveis [4]:

Tabela 4.4: *Tabela de simplificações e eliminação de variáveis*

	Quadrículos	Variáveis Eliminadas
$1 = 2^0$	1	0
$2 = 2^1$	2	1
$4 = 2^2$	4	2
$8 = 2^3$	8	3
$16 = 2^4$	16	4

A simplificação que elimina 4 variáveis resulta
na simplificação máxima que é igual a 1.
(ver figura 4.7)

4.5.4 Algoritmo para simplificação

1. Assinalar e considerar como implicante primo essencial, qualquer quadrículo que não possa ser combinado com nenhum outro;
2. Identificar os quadrículos que podem ser combinados com um único outro quadrículo, somente de uma maneira. Assinalar estas combinações. Quadrículos que podem ser combinados em grupos de 2, de mais de uma maneira, são deixados temporariamente de lado;
3. Identificar os quadrículos que podem ser combinados com 3 outros quadrículos somente de uma maneira. Se os 4 quadrículos de tais combinações ainda não estiverem incluídos em grupos de dois, assinalar a combinação de 4. Novamente, um quadrículo que pode ser combinado num grupo de 4, de mais de uma maneira é deixado de lado;
4. Repetir o processo para grupos de 8 quadrículos;
5. Se encerrado o processo acima e ainda restarem alguns quadrículos não incluídos em nenhum agrupamento, eles podem ser combinados uns aos outros ou com quadrículos já incluídos em outros agrupamentos lembrando que a intenção é de obter o menor número de agrupamentos possível.

[4] Enfatizando Novamente: As variáveis são: A, B, C, D, ...

Na figura 4.7 temos alguns exemplos de simplificação por mapas de Karnaugh.

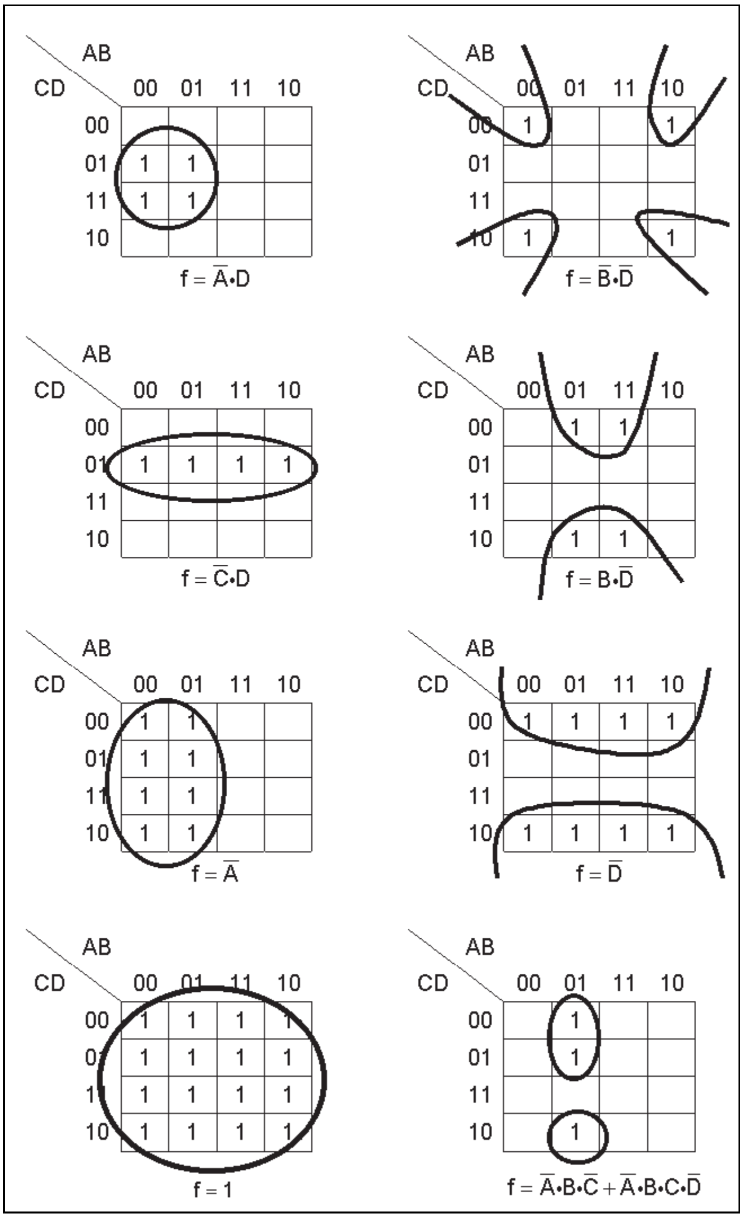


Figura 4.7: *Exemplos de Adjacência Lógica*

Exemplo:[5]
Simplificar pelo mapa de Karnaugh: (ver figura 4.8)

$f(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 3, 5, 6, 9, 11, 13, 15)$

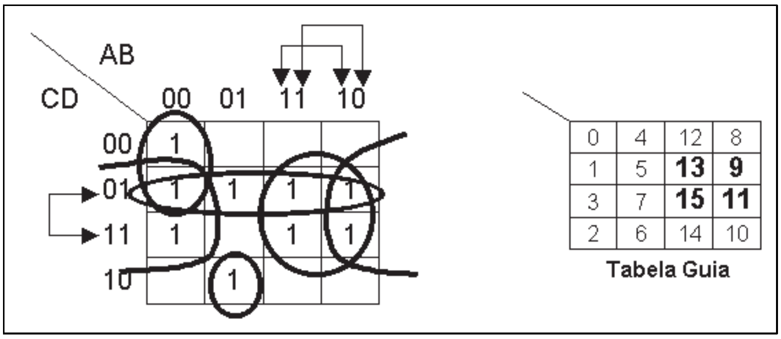


Figura 4.8: *Exemplo de Simplificação pelo Mapa de Karnaugh*

Analisando o grupo dos quadrículos (13, 9, 15, 11), confira na tabela guia da figura 4.8 os locais destes quadrículos:

- A $\rightarrow$ Na horizontal de 13 para 9 não variou, era 1 e no quadrículo 13 e continuou 1 no quadriculo 9, em Mintermos o 1 fica A;
- B e C $\rightarrow$ variaram, B é 1 no quadriculo 13 e mudou para 0 no quadrículo 9, e C é 0 no quadrículo 13 e mudou para 1 no quadrículo 15, como variaram, eles não entram na análise;
- D $\rightarrow$ Na vertical de 13 para 15 não variou, era 1 e no quadrículo 13 e continuou 1 no quadriculo 15, em Mintermos o 1 fica D;
- Logo a equação para os quadrículos 13,9,15,11 é $\rightarrow A \cdot D$.

Resposta:

Após analisarmos todos os quadrículos, temos:

$$\boxed{f(A, B, C, D) = \overline{A} \cdot B \cdot C \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot D + \overline{C} \cdot D + \overline{B} \cdot D}$$

[5]Sempre tentar formar grupos com maior número de elementos possível;
Analisar as variáveis que NÃO VARIAREM;
Lembre-se:
Em Mintermos: $A \rightarrow 1 \quad \Rightarrow \quad \overline{A} \rightarrow 0$
Em Maxtermos: $A \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad \overline{A} \rightarrow 1$

Exemplo:
Simplificar pelo mapa de Karnaugh: (ver figura 4.9)

$f(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 13, 15)$

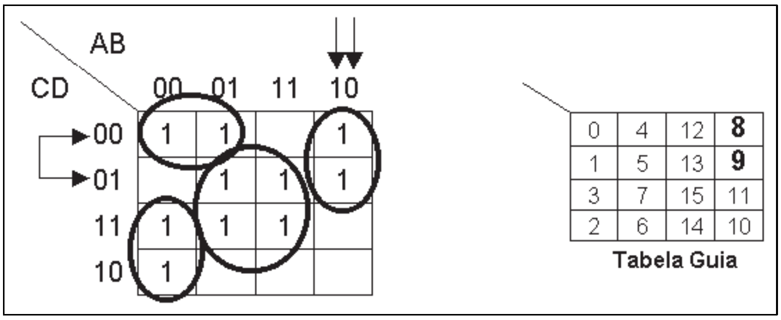


Figura 4.9: *Exemplo de Simplificação pelo Mapa de Karnaugh*

Analisando o grupo dos quadrículos (8, 9), confira na tabela guia da figura 4.9 os locais destes quadrículos:

- A $\rightarrow$ Na horizontal de 8 para 8 não variou, era 1 e no quadrículo 8 e continuou 1, em Mintermos o 1 fica A;
- B $\rightarrow$ Na horizontal de 8 para 8 não variou, era 0 e no quadrículo 8 e continuou 0, em Mintermos o 0 fica $\overline{B}$;
- C $\rightarrow$ Na vertical de 8 para 9 não variou, era 0 no quadrículo 8 e continuou 0, no quadrículo 9 em Mintermos o 0 fica $\overline{C}$;
- D $\rightarrow$ variou, era 0 no quadrículo 8 e mudou para 1 no quadrículo 9 como variou, ele não entra na análise;
- Logo a equação para os quadrículos 8,9 é $\rightarrow A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$.

Resposta:

Após analisarmos todos os quadrículos, temos:

$$\boxed{f(A, B, C, D) = B \cdot D + \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C}$$

4.5.5 Representação por Maxtermos

O resultado da representação por Maxtermosé um produto de somas. A regra que determina se uma variável aparece complementada ou não, é invertida em relação a Mintermos, ou seja:

$$\boxed{A \longrightarrow 0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{A} \longrightarrow 1}$$

As demais regras de resolução para Maxtermos são as mesmas de Mintermos [6]. Ver exemplos na figura 4.10.

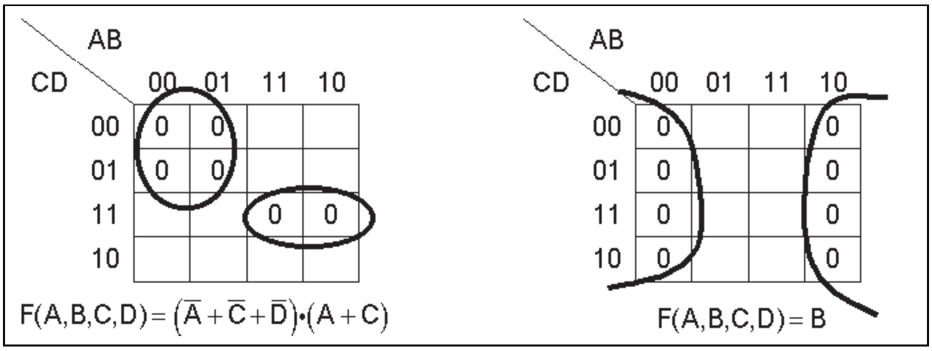


Figura 4.10: *Exemplos de Simplificação por* Maxtermos

4.5.6 Funções Incompletamente Especificadas

- Não interessa que valor a função assume para certas combinações de variáveis;
- Certas combinações de variáveis não ocorrem;

São combinações de "Don't Care"⇒"d".

Exemplo: (Ver figura 4.11)

$$f(A, B, C, D) = \sum m\,(1, 2, 5, 6, 9) + d\,(10, 11, 13, 14, 15)$$

[6] O ideal seria o aluno resolver os problemas utilizando os dois métodos (Mintermos e Maxtermos), e optar pela equação mais simplificada.

Considerando os quadrículos 11, 13 e 14, do mapa mostrado na figura 4.11 que são Don't Care (X), valendo 1, podemos simplificar bem mais a equação.

A equação simplificada do mapa da figura 4.11 fica:

$$\mathsf{f(A, B, C, D) = \overline{C} \cdot D + C \cdot \overline{D}}$$

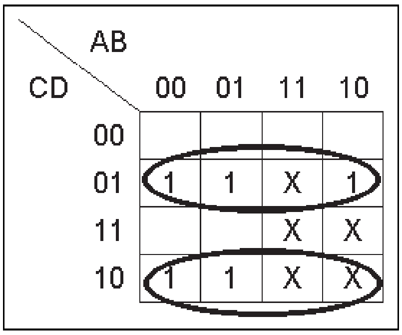


Figura 4.11: *Funções Incompletamente Especificadas*

4.5.7 Mapeamento quando a função não é expressa por Mintermos

Exemplo:

A equação 4.1 está relacionada com os mapas da figura 4.12.

$$\mathsf{f(A, B, C, D) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D + \overline{A} \cdot \overline{C} + A} \tag{4.1}$$

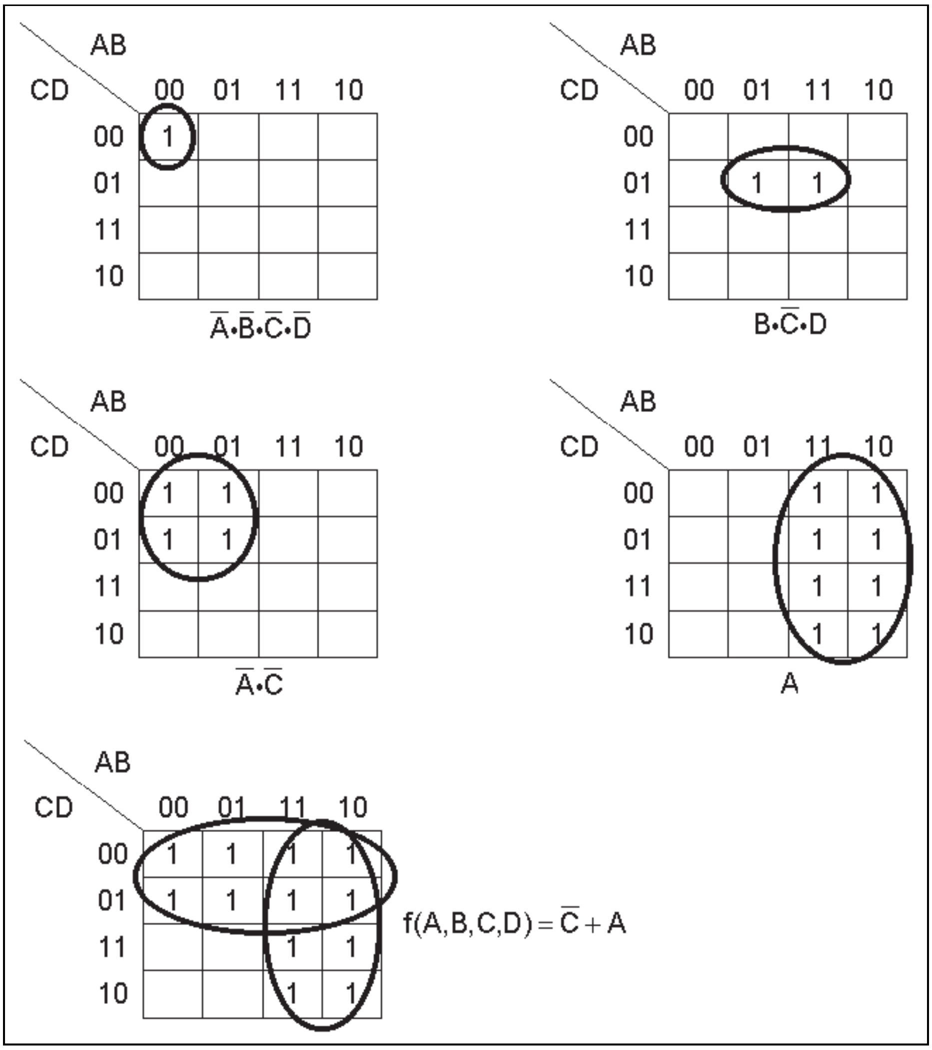


Figura 4.12: *Mapeamento*

Capítulo 5

Codificação e Decodificação

Equipamentos digitais e alguns sistema de computação tem seus dados de entrada e saída expressos em decimal, facilitando o trabalho do operador. Entretanto esses dados são processados internamente em binário sendo a conversão efetuada interna e automáticamente. Essa conversão é denominada codificação.

5.1 Código BCD 8421

O código BCD[1] é o mais utilizado. Utiliza 4 Bits para representar cada dígito decimal.

$$2^4 = 16$$

Dezesseis combinações possíveis mas são utilizados apenas 10, como mostra a tabela 5.1:

Tabela 5.1: *Código BCD 8421*

Decimal	BCD 8421
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

[1]Binary Coded Decimal → Decimal Codificado em Binário

5.2 Código Excesso 3

É utilizado em circuitos aritméticos de computadores e não possui valor posicional.

$$0_{11} = 0000 + 3unidades = 0011$$

A tabela 5.2 nos mostra a codificação por excesso 3:

Tabela 5.2: *Código Excesso 3*

Decimal	Excesso 3
0	0011
1	0100
2	0101
3	0110
4	0111
5	1000
6	1001
7	1010
8	1011
9	1100

5.3 Existem outros tipos de códigos BCD de 4 Bits

Exemplo de códigos BCD de 4 Bits:

- BCD 7421;
- BCD 5211;
- BCD 2421;

5.4 Código BCD de 5 Bits

Código 2 entre 5:
Trata-se de um código que possui sempre 2 bits iguais a 1 dentre 5 bits.

5.4.1 Código Johnson

É utilizado na construção de compiladores.
Veja o exemplo do código na tabela 5.3:

Tabela 5.3: *Código Johnson*

Decimal	ABCDE
0	00000
1	00001
2	00011
3	00111
4	01111
5	11111
6	11110
7	11100
8	11000
9	10000

5.5 Código 9876543210

Utilizado para identificar determinado número. A tabela 5.4 nos mostra o código:

Tabela 5.4: *Código 9876543210*

Decimal	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

5.6 Código ASCII

O Código ASCII[2] é formado por um conjunto de caracteres que podem ser letras, números, símbolos especiais ou de controle, codificados em 7 bits, cada caracter é codificado em 2 grupos, um de 3 bits e outro de 4 bits.
O Primeiro bit à direita do grupo é o menos significativo e o ultimo bit a esquerda do grupo de 3 é o mais significativo.

[2] ASCII → American Standard Code for Information Interchange (Código Padrão Americano para Intercâmbio de Informações)

Tabela 5.5: *Código ASCII*

b7	b6	b5	b4	b3	b2	b1

3 bits $\Rightarrow$ b7, b6, b5 onde b7 é o mais significativo;
4 bits $\Rightarrow$ b4, b3, b2, b1 onde b1 é o menos significativo;

$2^7 = 128$ Combinações que contém:

- Dígitos decimais (0 até 9);
- Letras do alfabeto (a até z , A até Z);
- Símbolos especiais;
- Controle.

5.7 Decodificadores

A figura 5.1 nos mostra o esquema de funcionamento de um decodificador:

Figura 5.1: *Decodificadores*

Exemplo:
Decodificar o código BCD 8421 para o código 9876543210:

Resposta:
Primeiramente construiremos a tabela 5.6 da página 45, lembrando que as partes marcadas com um X *representam condições de "Don't Care".*

Utilizremos os mapas de Karnaugh da figura 5.2 na página 46 para simplificar os circuitos de saída. Construindo os outros mapas que faltam, teremos:

$S_5 = B \cdot \overline{C} \cdot D,$ $S_4 = B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D},$
$S_3 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D,$ $S_2 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D},$
$S_1 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot D$

Tabela 5.6: *Exemplo de Decodificação*

Decimal	A	B	C	D	S9	S8	S7	S6	S5	S4	S3	S2	S1	S0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
6	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
8	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	1	0	1	0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
11	1	0	1	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
12	1	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
13	1	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
14	1	1	1	0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
15	1	1	1	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

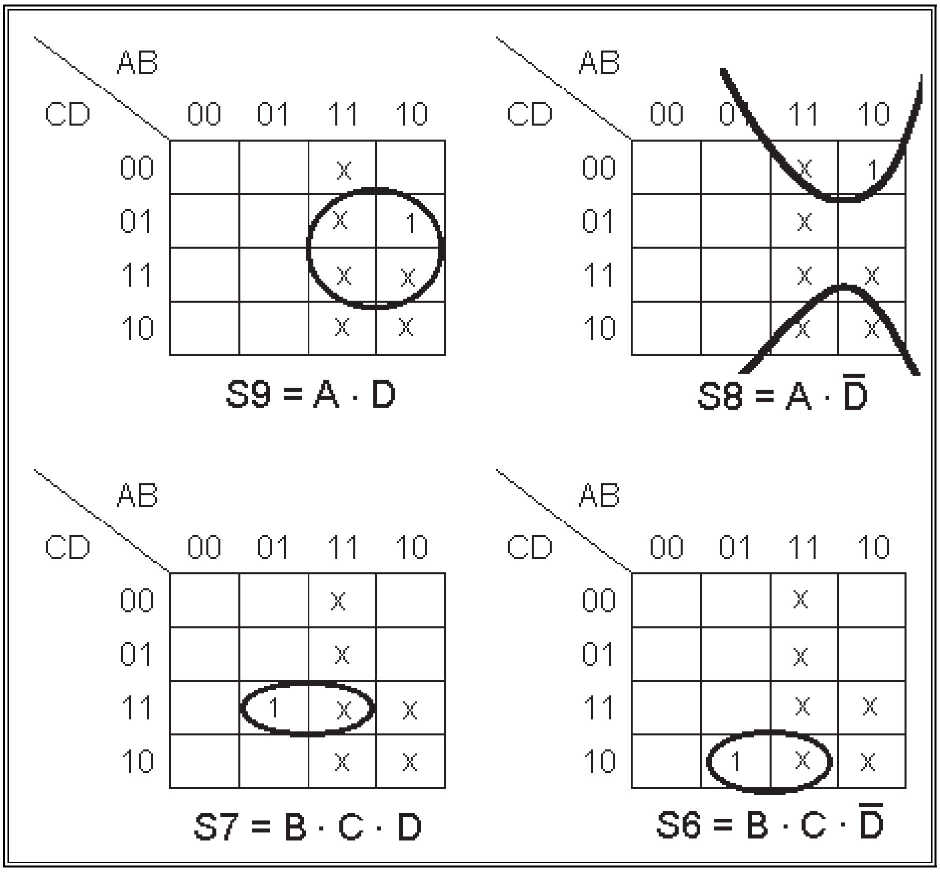


Figura 5.2: *Decodificadores com Mapas de Karnaugh*